

पण्डित सुन्दरलाल शर्मा (मुक्त) विश्वविद्यालय छत्तीसगढ़, बिलासपुर
सत्रीय कार्य (Assignment Work) सत्र – जुलाई-जून 2022-23
एम.ए./एम.एससी. (गणित) पूर्व

विषय – Topology

प्रश्नपत्र: प्रथम

पूर्णांक : 30

न्यूनतम उत्तीर्णांक: 12

नोट:- परीक्षार्थी प्रत्येक खण्ड के निर्देशों को ध्यान से पढ़कर प्रश्नों को हल करें।

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

- खण्ड अ – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (1 से 8) कुल 08 प्रश्न हैं, सभी प्रश्न अनिवार्य। प्रति प्रश्न 0.5 अंक उत्तर शब्द सीमा 1-2 शब्द या एक वाक्य।
- खण्ड ब – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (9 से 14) कुल 06 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 04 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 01 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 75 या आधा पेज।
- खण्ड स – लघुउत्तरीय प्रश्न (15 से 18) कुल 04 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 03 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 02 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 150 या एक पेज।
- खण्ड द – अर्द्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (19 से 22) कुल 04 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 02 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 04 अंक का होगा। शब्द सीमा 300 या दो पेज।
- खण्ड ई – दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (23 से 24) कुल 02 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 01 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 08 अंक का होगा। उत्तर की शब्द सीमा 600-750 या 4-5 पेज।

Section—A

1. Define countable dense subset.
2. What is completely regular ?
3. Define coproduct topology.
4. What is embedding topology ?
5. What is Cauchy sequence in R^n ?
6. What is pseudo metric ?
7. What is well ordered sets ?
8. What is Archimedian principle ?

Section—B

9. Explain completely regular.
10. Define Lindelof space.
11. Define sequential compactness.
12. Define isometric.

13. State cantor intersection theorem.
14. State Zorn's lemma.

Section—C

15. Show that compact Hausdorff space are normal.
16. State and prove finite intersection of S-sets.
17. State and prove contracting mapping.
18. State and prove discrete metric.

Section—D

19. State and prove Stone-Cech compactification.
20. Show that Cantor's set T is closed.
21. State and prove Hausdorff's maximum principle.
22. State and prove bounded and unbounded metric space.

Section—E

23. Show that any subspace of completely regular is completely regular.
24. Let A and B be subsets of a metric space X. Then show that :
 - (i) $A \subset B \rightarrow D(A) \subset D(B)$
 - (ii) $D(A \cap B) \subset D(A) \cap D(B)$
 - (iii) $D(A \cup B) = D(A) \cup D(B)$

आवश्यक निर्देश :-

1. सत्रीय लेखन कार्य को घर से लिखकर उत्तरपुस्तिका दिनांक 31 जनवरी 2023 तक संबंधित अध्ययन केन्द्र में जमा करें। सत्रीय कार्य स्व-हस्तलिखित होना चाहिए। दूसरे के द्वारा लिखा गया, फोटोकापी या पुस्तक का हिस्सा चिपकाना अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
2. छात्र सत्रीय कार्य लेखन हेतु अन्य संदर्भित पुस्तकों का भी उपयोग कर सकते हैं।
3. सत्रांत परीक्षा सत्र जुलाई-जून 2022-23 का सैद्धांतिक प्रश्न पत्र का स्वरूप सत्रीय कार्य जुलाई-जून 2022-23 जैसा ही रहेगा।
4. सत्रीय कार्य के मूल्यांकन में छात्र द्वारा किए गए अध्ययन एवं लेखन, विषय की व्याख्या तथा लेखन में मौलिकता को आधार बनाया जायेगा। इसमें अध्ययन लेखन पर अधिकतम 60 प्रतिशत (18 अंक) दिया जावेगा, विषय-वस्तु की व्याख्या के लिए अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) तथा सृजनात्मक, मौलिक-सोच प्रदर्शित होने पर अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) प्राप्त हो सकते हैं। इस प्रकार मूल 100 प्रतिशत (30 अंक) का विभाजन रहेगा।

पण्डित सुन्दरलाल शर्मा (मुक्त) विश्वविद्यालय छत्तीसगढ़, बिलासपुर
सत्रीय कार्य (Assignment Work) सत्र – जुलाई-जून 2022-23
एम.ए./एम.एससी. (गणित) पूर्व

विषय – Real Analysis

प्रश्नपत्र: द्वितीय

पूर्णांक : 30

न्यूनतम उत्तीर्णांक: 12

नोट:- परीक्षार्थी प्रत्येक खण्ड के निर्देशों को ध्यान से पढ़कर प्रश्नों को हल करें।

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

- खण्ड अ – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (1 से 8) कुल 08 प्रश्न हैं, सभी प्रश्न अनिवार्य। प्रति प्रश्न 0.5 अंक उत्तर शब्द सीमा 1-2 शब्द या एक वाक्य।
- खण्ड ब – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (9 से 14) कुल 06 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 04 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 01 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 75 या आधा पेज।
- खण्ड स – लघुउत्तरीय प्रश्न (15 से 18) कुल 04 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 03 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 02 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 150 या एक पेज।
- खण्ड द – अर्द्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (19 से 22) कुल 04 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 02 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 04 अंक का होगा। शब्द सीमा 300 या दो पेज।
- खण्ड ई – दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (23 से 24) कुल 02 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 01 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 08 अंक का होगा। उत्तर की शब्द सीमा 600-750 या 4-5 पेज।

Section—A

1. Define an open interval.
2. The least upper bound of $S = [0, 1]$ is
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = \dots\dots\dots$
4. If $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ is continuous, then f is Riemann integrable on $[a, b]$. (True/False)
5. Sequence $\left\{ \frac{n+1}{n} \right\}$ is
- (convergent/divergent)
6. The length of vector $X = \left(3, -5, 4, \frac{1}{2} \right)$ is
7. The matrix $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ is singular. (True/False)
8. If S has zero content, then \bar{S} has infinite content. (True/False)

Section—B

9. Write Peano's postulates.

10. Prove the triangle inequality for real numbers.

11. For $n \geq 1$, let $I_n = \left[\frac{1}{2n+1}, \frac{1}{2n} \right]$ and $S = \bigcup_{n=1}^{\infty} I_n$,

find \bar{S} .

12. Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \frac{2x^2 - x + 1}{3x^2 + 2x - 1}.$$

13. Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^{(x-1)}}.$$

14. If $\{S_n\}$ is monotonic and has a subsequence $\{S_{n_k}\}$ such that $\lim_{k \rightarrow \infty} S_{n_k} = S$ ($-\infty \leq S < \infty$), then $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$.

Section—C

15. If f is continuous on a finite closed interval $[a, b]$, then f is bounded on $[a, b]$. Prove it.

16. State and prove chain rule for differentiation.

17. Prove that limit of a convergent sequence is unique.

18. If $f_{x_1}, f_{x_2}, \dots, f_{x_n}$ are identically zero in an open region S of \mathbb{R}^n , then show that f is constant on S .

Section—D

19. Prove the Dirichlet's test for the convergence of a series.

20. State and prove Cauchy's uniform convergence criterion of a sequence.

21. Compute $f_{xx}(0, 0), f_{yy}(0, 0), f_{xy}(0, 0)$, if :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x^2y + xy^2) \sin(x - y)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

22. Evaluate :

$$\int_S xy \, d(x, y)$$

where S is the region bounded by the curves $x = y^2$ and $x = y$.

Section—E

23. Suppose that f, f_x, f_y and f_{xy} exist on a neighbourhood N of (x_0, y_0) , and f_{xy} is continuous at (x_0, y_0) . Then show that $f_{yx}(x_0, y_0)$ exists and $f_{yx}(x_0, y_0) = f_{xy}(x_0, y_0)$.
24. If $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ is continuously differentiable on an open set containing a compact set D , then show that there is a constant M such that :

$$|F(Y) - F(X)| \leq M |Y - X|, \text{ if } X, Y \in D.$$

आवश्यक निर्देश :-

1. सत्रीय लेखन कार्य को घर से लिखकर उत्तरपुस्तिका दिनांक 31 जनवरी 2023 तक संबंधित अध्ययन केन्द्र में जमा करें। सत्रीय कार्य स्व-हस्तलिखित होना चाहिए। दूसरे के द्वारा लिखा गया, फोटोकापी या पुस्तक का हिस्सा चिपकाना अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
2. छात्र सत्रीय कार्य लेखन हेतु अन्य संदर्भित पुस्तकों का भी उपयोग कर सकते हैं।
3. सत्रांत परीक्षा सत्र जुलाई-जून 2022-23 का सैद्धांतिक प्रश्न पत्र का स्वरूप सत्रीय कार्य जुलाई-जून 2022-23 जैसा ही रहेगा।
4. सत्रीय कार्य के मूल्यांकन में छात्र द्वारा किए गए अध्ययन एवं लेखन, विषय की व्याख्या तथा लेखन में मौलिकता को आधार बनाया जायेगा। इसमें अध्ययन लेखन पर अधिकतम 60 प्रतिशत (18 अंक) दिया जावेगा, विषय-वस्तु की व्याख्या के लिए अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) तथा सृजनात्मक, मौलिक-सोच प्रदर्शित होने पर अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) प्राप्त हो सकते हैं। इस प्रकार मूल 100 प्रतिशत (30 अंक) का विभाजन रहेगा।

पण्डित सुन्दरलाल शर्मा (मुक्त) विश्वविद्यालय छत्तीसगढ़, बिलासपुर
सत्रीय कार्य (Assignment Work) सत्र – जुलाई-जून 2022-23
एम.ए./एम.एससी. (गणित) पूर्व

विषय – Partial Differential Equation

प्रश्नपत्र: तृतीय

पूर्णांक : 30

न्यूनतम उत्तीर्णांक: 12

नोट:- परीक्षार्थी प्रत्येक खण्ड के निर्देशों को ध्यान से पढ़कर प्रश्नों को हल करें।

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

- खण्ड अ – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (1 से 8) कुल 08 प्रश्न हैं, सभी प्रश्न अनिवार्य। प्रति प्रश्न 0.5 अंक उत्तर शब्द सीमा 1-2 शब्द या एक वाक्य।
- खण्ड ब – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (9 से 14) कुल 06 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 04 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 01 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 75 या आधा पेज।
- खण्ड स – लघुउत्तरीय प्रश्न (15 से 18) कुल 04 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 03 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 02 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 150 या एक पेज।
- खण्ड द – अर्द्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (19 से 22) कुल 04 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 02 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 04 अंक का होगा। शब्द सीमा 300 या दो पेज।
- खण्ड ई – दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (23 से 24) कुल 02 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 01 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 08 अंक का होगा। उत्तर की शब्द सीमा 600-750 या 4-5 पेज।

Section—A

1. Order of partial differential equation $ap = q$, is :

- (a) 0
(b) 1
(c) 2
(d) 3

2. The general integral of $yzp + zxq = xy$, is :

- (a) $f(x^2 + y^2, x^2 + z^2) = 0$
(b) $f(x + y, y + z) = 0$
(c) $f(x^2 - y^2, x^2 - z^2) = 0$
(d) None of the above

3. PDE $r + a^2t = 0$, has the solution :

(a) $z = \phi_1(y + iay) + \phi_2(y - iay)$

(b) $\phi_1(y + iax) = z$

(c) $z = \phi_1(y + iax) + \phi_2(y - iax)$

(d) None of the above

4. Laplace's equation is :

(a) $u_{xx} + u_{yy} - u_{zz} = 0$

(b) $u_{xx} + u_{yy} + u_z^2 = 0$

(c) $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$

(d) None of the above

5. Which of the following is elliptic ?

(a) Laplace's equation

(b) Wave equation

(c) Heat equation

(d) $u_{xx} - 2u_{xy} + 4u_{yy} = 0$

6. In two-dimensional heat flow, the temperature along the normal to the surface xy -plane, is :

(a) Look

(b) Finite

(c) Zero

(d) Infinite

7. Write two-dimensional wave equation.

8. $\delta(ax + b) = :$

(a) $\frac{1}{a} \delta\left(x + \frac{b}{a}\right)$

(b) $\frac{1}{|a|} \delta\left(x + \frac{b}{a}\right)$

(c) $-\frac{1}{a} \delta\left(x + \frac{b}{a}\right)$

(d) None of the above

Section—B

9. Eliminate the arbitrary function f and g from $y = f(x - at) + g(x + at)$.

10. Solve :

$$q = xy p^2$$

11. Solve :

$$xr + p = 9x^2y^3.$$

12. Solve the boundary value problem $\frac{\partial u}{\partial x} = 4 \frac{\partial u}{\partial y}$ with $u(0, y) = 8e^{-3y}$ by the method of separation of variable.

13. State Maximum-Minimum principle.

14. Find the solution of $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

Section—C

15. State and prove uniqueness theorem.

16. Solve :

$$xzp + yzq = xy$$

17. Solve :

$$2r + 5s + 2t = 0$$

18. Derive Poisson equation.

Section—D

19. Solve :

$$rq = sp$$

20. Find the complete integral of the partial differential equation $p^2x + q^2y = z$.

21. Obtain the solution of interior Neumann problem for a circle, defined as follows :

$$\nabla^2 u = 0, \quad 0 \leq r \leq a, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\text{with boundary conditions } \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial u(a, \theta)}{\partial r} = g(\theta), \quad r = a.$$

22. State and prove Duhamel's principle.

Section—E

23. Find Poisson's integral formula.

24. The faces $x = 0$ and $x = a$ of an infinite slab are maintained at zero temperature. Given that the temperature $u(x, t) = f(x)$ at $t = 0$. Find the temperature at time t .

आवश्यक निर्देश :-

1. सत्रीय लेखन कार्य को घर से लिखकर उत्तरपुस्तिका दिनांक 31 जनवरी 2023 तक संबंधित अध्ययन केन्द्र में जमा करें। सत्रीय कार्य स्व-हस्तलिखित होना चाहिए। दूसरे के द्वारा लिखा गया, फोटोकॉपी या पुस्तक का हिस्सा चिपकाना अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
2. छात्र सत्रीय कार्य लेखन हेतु अन्य संदर्भित पुस्तकों का भी उपयोग कर सकते हैं।
3. सत्रांत परीक्षा सत्र जुलाई-जून 2022-23 का सैद्धांतिक प्रश्न पत्र का स्वरूप सत्रीय कार्य जुलाई-जून 2022-23 जैसा ही रहेगा।
4. सत्रीय कार्य के मूल्यांकन में छात्र द्वारा किए गए अध्ययन एवं लेखन, विषय की व्याख्या तथा लेखन में मौलिकता को आधार बनाया जायेगा। इसमें अध्ययन लेखन पर अधिकतम 60 प्रतिशत (18 अंक) दिया जावेगा, विषय-वस्तु की व्याख्या के लिए अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) तथा सृजनात्मक, मौलिक-सोच प्रदर्शित होने पर अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) प्राप्त हो सकते हैं। इस प्रकार मूल 100 प्रतिशत (30 अंक) का विभाजन रहेगा।

पण्डित सुन्दरलाल शर्मा (मुक्त) विश्वविद्यालय छत्तीसगढ़, बिलासपुर
सत्रीय कार्य (Assignment Work) सत्र – जुलाई-जून 2022-23
एम.ए./एम.एससी. (गणित) पूर्व

विषय – Discrete Mathematics

प्रश्नपत्र: चतुर्थ

पूर्णांक : 30

न्यूनतम उत्तीर्णांक: 12

नोट:- परीक्षार्थी प्रत्येक खण्ड के निर्देशों को ध्यान से पढ़कर प्रश्नों को हल करें।

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

- खण्ड अ – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (1 से 8) कुल 08 प्रश्न हैं, सभी प्रश्न अनिवार्य। प्रति प्रश्न 0.5 अंक उत्तर शब्द सीमा 1-2 शब्द या एक वाक्य।
- खण्ड ब – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (9 से 14) कुल 06 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 04 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 01 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 75 या आधा पेज।
- खण्ड स – लघुउत्तरीय प्रश्न (15 से 18) कुल 04 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 03 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 02 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 150 या एक पेज।
- खण्ड द – अर्द्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (19 से 22) कुल 04 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 02 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 04 अंक का होगा। शब्द सीमा 300 या दो पेज।
- खण्ड ई – दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (23 से 24) कुल 02 प्रश्न हैं जिसमें से कोई 01 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 08 अंक का होगा। उत्तर की शब्द सीमा 600-750 या 4-5 पेज।

Section—A

1. 'NAND' connective (\uparrow) is associative. (True/False)
2. List the types of quantifier.
3. Write the negation of $(\forall x) P(x)$.
4. A and B are two sets satisfying $A - B = B - A$, then which one of the following is correct ?
 - (i) $A = B$
 - (ii) $A = \phi$
 - (iii) $A \cap B = \phi$
 - (iv) None of the above
5. Define a reflexive relation.
6. Define an injective function.
7. Define a torsion free group.
8. What is nullity of a linear transformation ?

Section—B

9. Construct the truth table of :

$$(\sim p \wedge q) \vee p$$

10. Without using truth table, show that :

$$(p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$$

is a contradiction.

11. Let A, B, C are three sets. Show that :

$$A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$$

12. Let a relation R is defined on $X = \{1, 2, 3, 4\}$ by $R = \{(x, y) \in X \times X \mid x > y\}$. Draw its graph.

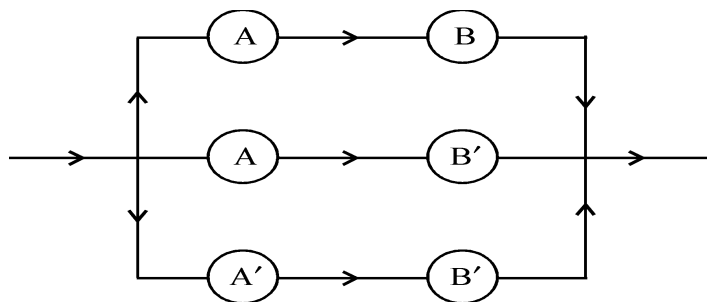
13. Prove that every group has unique identity.

14. Let $(R, +, \cdot)$ be a ring such that $a^2 = a, \forall a \in R$. Then show that :

$$a + a = 0, \quad \forall a \in R.$$

Section—C

15. Reduce to an equivalent simple circuit of the following switching circuit :



16. Prove that the complement of each element is unique in a Boolean algebra.

17. State and prove Lagrange's theorem for groups.

18. Show that the vectors $(1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$ and $(1, 1, 1)$ is a basis for $\mathbf{R}^3(\mathbf{R})$.

Section—D

19. Define partition of a set. Prove that every partition of a non-empty set defines an equivalent relation.

20. Let $f: X \rightarrow Y$ be a mapping and A, B be subsets of X. Then show that :

(i) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

(ii) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$

21. Define kernel of a group homomorphism. Prove that kernel of a homomorphism $f: G \rightarrow G'$ is normal subgroup of G. Also show that $\ker f = \{e\}$ if and only if f is injective.

22. Prove that every finite integral domain is a field.

Section—E

23. Express the following Boolean functions into sum of product canonical form :

(i) $(x + x'y + x'yz')(xy + (xz)')(y + xyz')$

(ii) $(x'_1 \cdot x_2)'(x_1 + x_3)$

24. Let Q^+ be the set of positive rational number. Let $*$ be binary operation defined by :

$$a * b = \frac{ab}{2}, \quad \forall a, b \in Q^+$$

Show that Q^+ is an abelian group with respect to above defined operation.

आवश्यक निर्देश :-

1. सत्रीय लेखन कार्य को घर से लिखकर उत्तरपुस्तिका दिनांक 31 जनवरी 2023 तक संबंधित अध्ययन केन्द्र में जमा करें। सत्रीय कार्य स्व-हस्तलिखित होना चाहिए। दूसरे के द्वारा लिखा गया, फोटोकॉपी या पुस्तक का हिस्सा चिपकाना अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
2. छात्र सत्रीय कार्य लेखन हेतु अन्य संदर्भित पुस्तकों का भी उपयोग कर सकते हैं।
3. सत्रांत परीक्षा सत्र जुलाई-जून 2022-23 का सैद्धांतिक प्रश्न पत्र का स्वरूप सत्रीय कार्य जुलाई-जून 2022-23 जैसा ही रहेगा।
4. सत्रीय कार्य के मूल्यांकन में छात्र द्वारा किए गए अध्ययन एवं लेखन, विषय की व्याख्या तथा लेखन में मौलिकता को आधार बनाया जायेगा। इसमें अध्ययन लेखन पर अधिकतम 60 प्रतिशत (18 अंक) दिया जावेगा, विषय-वस्तु की व्याख्या के लिए अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) तथा सृजनात्मक, मौलिक-सोच प्रदर्शित होने पर अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) प्राप्त हो सकते हैं। इस प्रकार मूल 100 प्रतिशत (30 अंक) का विभाजन रहेगा।