

पण्डित सुन्दरलाल शर्मा (मुक्त) विश्वविद्यालय छत्तीसगढ़, बिलासपुर
 सत्रीय कार्य (Assignment Work) सत्र – जनवरी–दिसंबर 2023
 एम.ए./एम.एससी. (गणित) पूर्व

विषय – Topology

प्रश्नपत्र: प्रथम

पूर्णांक : 30

न्यूनतम उत्तीर्णांक: 12

नोट:— परीक्षार्थी प्रत्येक खण्ड के निर्देशों को ध्यान से पढ़कर प्रश्नों को हल करें।

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

सत्रीय कार्य-1

खण्ड अ – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (1 से 8) कुल 08 प्रश्न है, सभी प्रश्न अनिवार्य। प्रति प्रश्न 0.5 अंक उत्तर शब्द सीमा 1–2 शब्द या एक वाक्य।

खण्ड ब – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (9 से 14) कुल 06 प्रश्न है जिसमें से कोई 04 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 01 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 75 या आधा पेज।

सत्रीय कार्य-2

खण्ड स – लघुउत्तरीय प्रश्न (15 से 18) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 03 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 02 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 150 या एक पेज।

सत्रीय कार्य-3

खण्ड द – अर्द्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (19 से 22) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 02 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 04 अंक का होगा। शब्द सीमा 300 या दो पेज।

सत्रीय कार्य-4

खण्ड ई – दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (23 से 24) कुल 02 प्रश्न है जिसमें से कोई 01 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 08 अंक का होगा। उत्तर की शब्द सीमा 600–750 या 4–5 पेज।

सत्रीय कार्य- 1

(Assignment—1)

Section—A

1. Define finite and infinite sets.
2. Define partially ordered set.
3. Find the set of all limit points of the set $\left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$.
4. Define closed sets for metric space.
5. Give the definition of topology.
6. Define separated sets.
7. Define limit point.
8. Define T_1 space.

Section—B

9. Define well ordering theorem.
10. Define neighbourhood of a point with example.
11. Prove that in a metric space, the union of an arbitrary collection of open sets is open.
12. Define subspace of topological space.
13. Define closure of a subset of topological space.
14. Define connected space.

सत्रीय कार्य— 2

(Assignment—2)

Section—C

15. Show that, every superset of a neighbourhood of a point is a neighbourhood.
16. Prove that :

$$\overline{A} = A \cup D(A)$$

17. Let (X, d) be a metric space and let x, y, z be any three points of X , then show that :

$$d(x, y) \geq |d(x, z) - d(z, x)|$$

18. Show that the space $C[a, b]$ is complete.

सत्रीय कार्य— 3

(Assignment—3)

Section—D

19. Show that, if X is connected, then $f(X)$ is connected for any continuous map $f : X \rightarrow Y$.
20. Show that closed subspaces of compact spaces are compact.
21. Show that any subspace of regular space is regular and any product of regular spaces is regular.
22. Let $f : X \rightarrow Y$ be a map between two topological spaces. Then if f is continuous mapping show that the following are equivalent :
 - (i) The pre image of any open set in Y is open in X .
 - (ii) The pre image of any closed set in Y is closed in X .
 - (iii) $\overline{f^{-1}(B)} \subset f^{-1}(\overline{B})$ for any $B \subset Y$.
 - (iv) $f(\overline{A}) = \overline{f(A)}$ for any $A \subset X$.

सत्रीय कार्य— 4
(Assignment—4)

Section—E

23. State and prove Tietze extension theorem.
24. (a) Prove that the product $\prod_{j \in J} X_j$ of any collection $(X_j)_{j \in J}$ of compact spaces is compact.
(b) Show that open or closed subsets of locally compact Hausdorff spaces are locally compact Hausdorff.

आवश्यक निर्देश :—

1. सत्रीय लेखन कार्य को घर से लिखकर उत्तरपुस्तिका दिनांक 31 अगस्त 2023 तक संबंधित अध्ययन केन्द्र में जमा करें। सत्रीय कार्य स्व-हस्तलिखित होना चाहिए। दूसरे के द्वारा लिखा गया, फोटोकापी या पुस्तक का हिस्सा विपक्षाना अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
2. छात्र सत्रीय कार्य लेखन हेतु अन्य संदर्भित पुस्तकों का भी उपयोग कर सकते हैं।
3. सत्रांत परीक्षा सत्र जनवरी-दिसंबर 2023 का सैद्धांतिक प्रश्न पत्र का स्वरूप सत्रीय कार्य जनवरी-दिसंबर 2023 जैसा ही रहेगा।
4. सत्रीय कार्य के मूल्यांकन में छात्र द्वारा किए गए अध्ययन एवं लेखन, विषय की व्याख्या तथा लेखन में मौलिकता को आधार बनाया जायेगा। इसमें अध्ययन लेखन पर अधिकतम 60 प्रतिशत (18 अंक) दिया जावेगा, विषय-वस्तु की व्याख्या के लिए अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) तथा सृजनात्मक, मौलिक-सोच प्रदर्शित होने पर अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) प्राप्त हो सकते हैं। इस प्रकार मूल 100 प्रतिशत (30 अंक) का विभाजन रहेगा।

पण्डित सुन्दरलाल शर्मा (मुक्त) विश्वविद्यालय छत्तीसगढ़, बिलासपुर
 सत्रीय कार्य (Assignment Work) सत्र – जनवरी–दिसंबर 2023
 एम.ए./एम.एससी. (गणित) पूर्व

विषय – Real Analysis

प्रश्नपत्र: द्वितीय

पूर्णांक : 30

न्यूनतम उत्तीर्णांक: 12

नोट:— परीक्षार्थी प्रत्येक खण्ड के निर्देशों को ध्यान से पढ़कर प्रश्नों को हल करें।

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

सत्रीय कार्य-1

खण्ड अ — अति लघुउत्तरीय प्रश्न (1 से 8) कुल 08 प्रश्न है, सभी प्रश्न अनिवार्य। प्रति प्रश्न 0.5 अंक उत्तर शब्द सीमा 1—2 शब्द या एक वाक्य।

खण्ड ब — अति लघुउत्तरीय प्रश्न (9 से 14) कुल 06 प्रश्न है जिसमें से कोई 04 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 01 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 75 या आधा पेज।

सत्रीय कार्य-2

खण्ड स — लघुउत्तरीय प्रश्न (15 से 18) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 03 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 02 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 150 या एक पेज।

सत्रीय कार्य-3

खण्ड द — अर्द्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (19 से 22) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 02 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 04 अंक का होगा। शब्द सीमा 300 या दो पेज।

सत्रीय कार्य-4

खण्ड ई — दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (23 से 24) कुल 02 प्रश्न है जिसमें से कोई 01 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 08 अंक का होगा। उत्तर की शब्द सीमा 600—750 या 4—5 पेज।

सत्रीय कार्य- 1

(Assignment—1)

Section—A

1. State triangle inequality for real numbers.
2. A finite set is (open/closed)
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \dots$
4. Lebesgue measure of empty set is
5. $\sum \frac{1}{n^p}$ converges if
6. If A and B are $n \times n$ matrices, then $\det(A \cdot B) = \dots$
7. If S_1 and S_2 are Jordan measurable, then so is $S_1 \cup S_2$. (True/False)
8. If S is non-empty subset of \mathbf{R}^n , then the diameter of $S = \dots$.

Section—B

9. Let $a_1 = 1$ and

$$a_{n+1} = \frac{1}{n+1} a_n, \quad n \geq 1$$

then prove that $a_n = \frac{1}{n!}$.

10. Let $S = (-\infty, -1] \cup (1, 2) \cup \{3\}$. Then what is the closure of S ?

11. State Rolle's theorem.

12. Find the value of :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x^2} - \frac{1}{x} \right).$$

13. If $\lim_{n \rightarrow \infty} S_{n_k} = S$ ($-\infty \leq S \leq \infty$), then show that $\lim_{k \rightarrow \infty} S_{n_k} = S$ for every subsequence $\{S_{n_k}\}$ of $\{S_n\}$.

14. State Dirichlet's test for the convergence of a series.

सत्रीय कार्य— 2 (Assignment—2)

Section—C

15. If $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L_1$ and $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = L_2 \neq 0$, then show that :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f}{g} \right)(x) = \frac{L_1}{L_2}.$$

16. If f is monotonic on $[a, b]$, then prove that f is integrable on $[a, b]$.

17. Evaluate :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{n}{2} \right) + \log n}{3n + 4\sqrt{n}}.$$

18. Show that the system $AX = Y$, where :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & & \\ \vdots & & \ddots & \\ a_{n1} & \dots & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

has a solution for unknown X if and only if A is non-singular.

सत्रीय कार्य— 3

(Assignment—3)

Section—D

19. State and prove Cauchy's convergence criterion for a sequence.

20. If $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ is a rearrangement of an absolutely convergent series $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, then prove that $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ also converges absolutely, and to the same sum.

21. An open set S in \mathbf{R}^n is connected if and only if it is polygonally connected.

22. Evaluate :

$$\int_S (x + y) d(x, y)$$

where :

$$S = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 + |x|\}.$$

सत्रीय कार्य— 4

(Assignment—4)

Section—E

23. State and prove Heine-Borel theorem.

24. Let f is integrable on $R = [a, b] \times [c, d]$ and

$$F(y) = \int_a^b f(x, y) dx$$

exists for each y in $[c, d]$. Then prove that F is integrable on $[c, d]$ and :

$$\int_c^d F(y) dy = \int_R f(x, y) d(x, y).$$

आवश्यक निर्देश :-

1. सत्रीय लेखन कार्य को घर से लिखकर उत्तरपुस्तिका दिनांक 31 अगस्त 2023 तक संबंधित अध्ययन केन्द्र में जमा करें। सत्रीय कार्य स्व-हस्तलिखित होना चाहिए। दूसरे के द्वारा लिखा गया, फोटोकापी या पुस्तक का हिस्सा चिपकाना अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
2. छात्र सत्रीय कार्य लेखन हेतु अन्य संदर्भित पुस्तकों का भी उपयोग कर सकते हैं।
3. सत्रांत परीक्षा सत्र जनवरी-दिसंबर 2023 का सैद्धांतिक प्रश्न पत्र का स्वरूप सत्रीय कार्य जनवरी-दिसंबर 2023 जैसा ही रहेगा।
4. सत्रीय कार्य के मूल्यांकन में छात्र द्वारा किए गए अध्ययन एवं लेखन, विषय की व्याख्या तथा लेखन में मौलिकता को आधार बनाया जायेगा। इसमें अध्ययन लेखन पर अधिकतम 60 प्रतिशत (18 अंक) दिया जावेगा, विषय-वस्तु की व्याख्या के लिए अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) तथा सृजनात्मक, मौलिक-सौच प्रदर्शित होने पर अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) प्राप्त हो सकते हैं। इस प्रकार मूल 100 प्रतिशत (30 अंक) का विभाजन रहेगा।

पण्डित सुन्दरलाल शर्मा (मुक्त) विश्वविद्यालय छत्तीसगढ़, बिलासपुर
 सत्रीय कार्य (Assignment Work) सत्र – जनवरी–दिसंबर 2023
 एम.ए./एम.एससी. (गणित) पूर्व

विषय – Partial Differential Equation

प्रश्नपत्र: तृतीय

पूर्णांक : 30

न्यूनतम उत्तीर्णांक: 12

नोट:— परीक्षार्थी प्रत्येक खण्ड के निर्देशों को ध्यान से पढ़कर प्रश्नों को हल करें।

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

सत्रीय कार्य-1

खण्ड अ — अति लघुउत्तरीय प्रश्न (1 से 8) कुल 08 प्रश्न है, सभी प्रश्न अनिवार्य। प्रति प्रश्न 0.5 अंक उत्तर शब्द सीमा 1—2 शब्द या एक वाक्य।

खण्ड ब — अति लघुउत्तरीय प्रश्न (9 से 14) कुल 06 प्रश्न है जिसमें से कोई 04 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 01 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 75 या आधा पेज।

सत्रीय कार्य-2

खण्ड स — लघुउत्तरीय प्रश्न (15 से 18) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 03 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 02 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 150 या एक पेज।

सत्रीय कार्य-3

खण्ड द — अद्वृद्धीय उत्तरीय प्रश्न (19 से 22) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 02 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 04 अंक का होगा। शब्द सीमा 300 या दो पेज।

सत्रीय कार्य-4

खण्ड ई — दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (23 से 24) कुल 02 प्रश्न है जिसमें से कोई 01 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 08 अंक का होगा। उत्तर की शब्द सीमा 600—750 या 4—5 पेज।

सत्रीय कार्य- 1

(Assignment—1)

Section—A

$$1. \quad \frac{\partial \delta'(ax)}{\partial a} =$$

- (a) 0
- (b) $-\frac{2}{a^3} \delta'(x)$
- (c) $\frac{2}{a^3} \delta'(x)$
- (d) None of the above

2. Write Dirichlet's problem.
3. Write one-dimensional wave equation.
4. Partial differential equation $\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ is :
 - (a) an elliptic differential equation
 - (b) a parabolic differential equation
 - (c) a circular differential equation
 - (d) None of the above
5. The steady state temperature distribution is governed by :
 - (a) The Laplace's equation
 - (b) The Gauss' equation
 - (c) The Green's equation
 - (d) None of the above
6. Solution of PDE $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$, is :
 - (a) $z = \phi_1(y + x) + \phi_2(y - 2x)$
 - (b) $z = \phi_1(y + 2x) + \phi_2(y - 3x)$
 - (c) $z = \phi_1(y + x) + \phi_2(y + x)$
 - (d) None of the above
7. Partial differential equation $z = px + qy + pq$ is of the following standard form :
 - (a) I
 - (b) II
 - (c) III
 - (d) IV
8. Complete integral for PDE $z = px + qy - \sin pq$; is :
 - (a) $z = ax + by - \sin ab$

- (b) $z = ax + by + \sin ab$
- (c) $z = ax + by - \sin aq$
- (d) None of the above

Section—B

9. By means of partial differential equation, eliminate the arbitrary function from the equation :

$$x + y + z = f(x^2 + y^2 + z^2).$$

10. Solve :

$$p^2 + q^2 = x + y.$$

11. Solve :

$$t = \sin xy.$$

12. State Gauss' divergence theorem.

13. State uniqueness theorem.

14. Find the solution of wave equation :

$$\frac{d^2u}{dt^2} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

सत्रीय कार्य— 2

(Assignment—2)

Section—C

15. Solve :

$$p \tan x + q \tan y = \tan z.$$

16. Find the surface satisfying $t = 6x^3y$, containing the two lines $y = 0 = z; y = 1 = z$.

17. Derive Laplace equation.

18. Find the solution of two-dimensional heat equation.

सत्रीय कार्य— 3
(Assignment—3)

Section—D

19. Solve the wave equation $r = t$ by Monge's method.
20. Find the complete integral of the following differential equation :

$$px + qy = z(1 + pq)^{\frac{1}{2}}.$$

21. Find the solution of exterior Dirichlet's problem for a circle.

22. Find the Green's function of the equation $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, for upper half plane.

सत्रीय कार्य— 4
(Assignment—4)

Section—E

23. A thin rectangular plate whose surface is impervious to heat flow, has at $t = 0$ an arbitrary distribution of temperature $f(x, y)$. If four edges $x = 0, x = a, y = 0, y = b$ are kept at zero temperature, find the temperature at a point of the plate as t increases.
24. Find Laplace equation in terms of spherical coordinates.

आवश्यक निर्देश :—

1. सत्रीय लेखन कार्य को घर से लिखकर उत्तरपुस्तिका दिनांक 31 अगस्त 2023 तक संबंधित अध्ययन केन्द्र में जमा करें। सत्रीय कार्य स्व-हस्तालिखित होना चाहिए। दूसरे के द्वारा लिखा गया, फोटोकापी या पुस्तक का हिस्सा चिपकाना अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
2. छात्र सत्रीय कार्य लेखन हेतु अन्य संदर्भित पुस्तकों का भी उपयोग कर सकते हैं।
3. सत्रांत परीक्षा सत्र जनवरी-दिसंबर 2023 का सैद्धांतिक प्रश्न पत्र का स्वरूप सत्रीय कार्य जनवरी-दिसंबर 2023 जैसा ही रहेगा।
4. सत्रीय कार्य के मूल्यांकन में छात्र द्वारा किए गए अध्ययन एवं लेखन, विषय की व्याख्या तथा लेखन में मौलिकता को आधार बनाया जायेगा। इसमें अध्ययन लेखन पर अधिकतम 60 प्रतिशत (18 अंक) दिया जावेगा, विषय-वस्तु की व्याख्या के लिए अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) तथा सृजनात्मक, मौलिक-सोच प्रदर्शित होने पर अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) प्राप्त हो सकते हैं। इस प्रकार मूल 100 प्रतिशत (30 अंक) का विभाजन रहेगा।

पण्डित सुन्दरलाल शर्मा (मुक्त) विश्वविद्यालय छत्तीसगढ़, बिलासपुर
 सत्रीय कार्य (Assignment Work) सत्र – जनवरी–दिसंबर 2023
 एम.ए./एम.एससी. (गणित) पूर्व

विषय – Discrete Mathematics

प्रश्नपत्र: चतुर्थ

पूर्णांक : 30

न्यूनतम उत्तीर्णांक: 12

नोट:— परीक्षार्थी प्रत्येक खण्ड के निर्देशों को ध्यान से पढ़कर प्रश्नों को हल करें।

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

सत्रीय कार्य-1

खण्ड अ – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (1 से 8) कुल 08 प्रश्न है, सभी प्रश्न अनिवार्य। प्रति प्रश्न 0.5 अंक उत्तर शब्द सीमा 1–2 शब्द या एक वाक्य।

खण्ड ब – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (9 से 14) कुल 06 प्रश्न है जिसमें से कोई 04 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 01 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 75 या आधा पेज।

सत्रीय कार्य-2

खण्ड स – लघुउत्तरीय प्रश्न (15 से 18) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 03 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 02 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 150 या एक पेज।

सत्रीय कार्य-3

खण्ड द – अर्द्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (19 से 22) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 02 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 04 अंक का होगा। शब्द सीमा 300 या दो पेज।

सत्रीय कार्य-4

खण्ड ई – दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (23 से 24) कुल 02 प्रश्न है जिसमें से कोई 01 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 08 अंक का होगा। उत्तर की शब्द सीमा 600–750 या 4–5 पेज।

सत्रीय कार्य- 1

(Assignment—1)

Section—A

1. Rewrite the proposition $\text{N}Ap\text{N}q$ using \wedge and \sim .
2. If $P \equiv$ Sunita is kind, $Q \equiv$ Sunita is beautiful, $R \equiv$ People like her.
 Translate the statement $P \Rightarrow (Q \vee R)$ in to language.
3. If a, b be any two elements of Boolean algebra B, then $a \cdot (a + b) = \dots$.
4. The value of complete disjunctive normal form is
5. Let $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, then determine the truth value of $(\exists x \in A)(x + 3 < 5)$.

6. If $A = \{a, b, c\}$, then the number of subsets of A is
7. Let $A = \{1, 2, 3\}$, then relation $R = \{(1, 1), (2, 3)\}$ is a transitive relation in A .
(True/False)
8. Let H is a subgroup of a group G and $o(H) = 2$, $o(G) = 4$, then find the index of H in G .

Section—B

9. Find the inverse of permutation :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

10. Let G be a group and $a \in G$. Then show that $N_a = \{x \in G : xa = ax\}$ is a subgroup of G .
11. Let $(R, +, \cdot)$ be a ring such that $a^2 = a \forall a \in R$. Prove that R is a commutative ring.
12. Show that $W = \{(o, y, z) : y, z \in R\}$ is a subspace of $V_3(R)$.
13. Show that $T : V_3(R) \rightarrow V_2(R)$ defined by $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2, x_1 + x_3)$ is linear.
14. State and prove law of syllogism.

सत्रीय कार्य— 2

(Assignment—2)

Section—C

15. Let R be any equivalence relation defined on a non-empty set X , then for $a, b \in X$, show that $[a] = [b]$ iff $(a, b) \in R$.
16. State and prove De-Morgan's law in Boolean algebra.
17. Show that $f : Q \rightarrow Q$ define by $f(x) = 2x + 3$ is invertible and find its inverse.
18. Show that the arbitrary intersection of normal subgroups is always a normal subgroup.

सत्रीय कार्य— 3

(Assignment—3)

Section—D

19. Let (G, \cdot) be a group and $a \in G$ be such that $o(a) = n$. Then prove that for integer m , $a^m = e$ if and only if n divides m .
20. Define homomorphism in groups. If $f : G \rightarrow G'$ is a homomorphism, then prove that kernel of F is always a normal subgroup of G .
21. Define centre of a group G and prove that centre of G is a normal subgroup of G .

22. Prove that the necessary and sufficient condition for any subset of vector space $V(F)$ to be subspace that for any $U, W \in V$ and $a, b \in F \Rightarrow aU + bV \in V$.

सत्रीय कार्य— 4

(Assignment—4)

Section—E

23. Let B be a Boolean algebra, then prove that under partial order relation in B :

- (a) $a + b = \sup \{a, b\}$
- (b) $a.b = \inf \{a, b\}$ for every $a, b \in B$.

24. Let $Q_1 = Q - \{1\}$ be the set of all rational numbers except 1 and * be any operation defined in Q_1 as :

$$a * b = a + b - ab \quad \forall a, b \in Q_1$$

Then show that Q_1 is an abelian group with respect to *.

आवश्यक निर्देश :-

1. सत्रीय लेखन कार्य को घर से लिखकर उत्तरपुस्तिका दिनांक 31 अगस्त 2023 तक संबंधित अध्ययन केन्द्र में जमा करें। सत्रीय कार्य स्व-हस्तलिखित होना चाहिए। दूसरे के द्वारा लिखा गया, फोटोकापी या पुस्तक का हिस्सा विपकाना अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
2. छात्र सत्रीय कार्य लेखन हेतु अन्य संदर्भित पुस्तकों का भी उपयोग कर सकते हैं।
3. सत्रांत परीक्षा सत्र जनवरी-दिसंबर 2023 का सैद्धांतिक प्रश्न पत्र का स्वरूप सत्रीय कार्य जनवरी-दिसंबर 2023 जैसा ही रहेगा।
4. सत्रीय कार्य के मूल्यांकन में छात्र द्वारा किए गए अध्ययन एवं लेखन, विषय की व्याख्या तथा लेखन में मौलिकता को आधार बनाया जायेगा। इसमें अध्ययन लेखन पर अधिकतम 60 प्रतिशत (18 अंक) दिया जावेगा, विषय-वस्तु की व्याख्या के लिए अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) तथा सृजनात्मक, मौलिक-सोच प्रदर्शित होने पर अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) प्राप्त हो सकते हैं। इस प्रकार मूल 100 प्रतिशत (30 अंक) का विभाजन रहेगा।