

पण्डित सुन्दरलाल शर्मा (मुक्त) विश्वविद्यालय छत्तीसगढ़, बिलासपुर
सत्रीय कार्य (Assignment Work) सत्र – जुलाई–जून 2023–24
एम.ए./एम.एससी. (गणित) पूर्व

विषय – Topology

प्रश्नपत्र: प्रथम

पूर्णांक : 30

न्यूनतम उत्तीर्णांक: 12

नोट:- परीक्षार्थी प्रत्येक खण्ड के निर्देशों को ध्यान से पढ़कर प्रश्नों को हल करें।

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

सत्रीय कार्य-1

खण्ड अ – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (1 से 8) कुल 08 प्रश्न है, सभी प्रश्न अनिवार्य। प्रति प्रश्न 0.5 अंक उत्तर शब्द सीमा 1–2 शब्द या एक वाक्य।

खण्ड ब – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (9 से 14) कुल 06 प्रश्न है जिसमें से कोई 04 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 01 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 75 या आधा पेज।

सत्रीय कार्य-2

खण्ड स – लघुउत्तरीय प्रश्न (15 से 18) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 03 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 02 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 150 या एक पेज।

सत्रीय कार्य-3

खण्ड द – अद्वृद्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (19 से 22) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 02 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 04 अंक का होगा। शब्द सीमा 300 या दो पेज।

सत्रीय कार्य-4

खण्ड ई – दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (23 से 24) कुल 02 प्रश्न है जिसमें से कोई 01 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 08 अंक का होगा। उत्तर की शब्द सीमा 600–750 या 4–5 पेज।

सत्रीय कार्य- 1

(Assignment—1)

Section—A

1. Define countable set.
2. Define pseudometric.
3. Define quotient topology.
4. Any locally compact Hausdorff space is
5. For based space X and Y, $\pi_1(X \times Y) \cong \dots$
6. Define tree.
7. Definition of fibrations.
8. Statement of the homotopy excision theorem.

Section—B

9. Define finite and infinite sets with examples.
10. Define completion of metric space.
11. Prove that a sequence in a Housdorff space cannot converge to two distinct points.
12. What are the universal property of quotient space ?
13. What is algebraic topology ?
14. Example of Van Kampen theorem.

सत्रीय कार्य— 2
(Assignment—2)

Section—C

15. Prove that :

$$| d(x, A) - d(y, A) | \leq d(x, y).$$

16. Prove that the product of finitely many compact spaces is compact.
17. Let A be a subject of a metric space. Then prove that :

$$A = A \cup D(A)$$

18. If B is connected, locally path connected and semi- locally simply connected, then prove that B has a universal cover.

सत्रीय कार्य— 3
(Assignment—3)

Section—D

19. Prove that the metric space (R, d) is complete, where d denotes the usual metric for R.
20. Show that any locally compact and dense subspace of Housdorff space is open.
21. Prove that any subspace of a weak Hausdorff space is weak Hausdorff.
22. Prove that any metric space with a countable dense subset is second countable.

सत्रीय कार्य— 4
(Assignment—4)

Section—E

23. State and prove chysation metrization theorem.
24. State and prove the Brouwer fixed point theorem.

आवश्यक निर्देश :-

1. सत्रीय लेखन कार्य को घर से लिखकर उत्तरपुस्तिका दिनांक 29 फरवरी 2024 तक संबंधित अध्ययन केन्द्र में जमा करें। सत्रीय कार्य स्व-हस्तलिखित होना चाहिए। दूसरे के द्वारा लिखा गया, फोटोकापी या पुस्तक का हिस्सा विपकाना अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
2. छात्र सत्रीय कार्य लेखन हेतु अन्य संदर्भित पुस्तकों का भी उपयोग कर सकते हैं।
3. सत्रांत परीक्षा सत्र जुलाई–जून 2023–24 का सैद्धांतिक प्रश्न पत्र का स्वरूप सत्रीय कार्य जुलाई–जून 2023–24 जैसा ही रहेगा।
4. सत्रीय कार्य के मूल्यांकन में छात्र द्वारा किए गए अध्ययन एवं लेखन, विषय की व्याख्या तथा लेखन में मौलिकता को आधार बनाया जायेगा। इसमें अध्ययन लेखन पर अधिकतम 60 प्रतिशत (18 अंक) दिया जावेगा, विषय–वस्तु की व्याख्या के लिए अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) तथा सृजनात्मक, मौलिक–सोच प्रदर्शित होने पर अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) प्राप्त हो सकते हैं। इस प्रकार मूल 100 प्रतिशत (30 अंक) का विभाजन रहेगा।

पण्डित सुन्दरलाल शर्मा (मुक्त) विश्वविद्यालय छत्तीसगढ़, बिलासपुर
 सत्रीय कार्य (Assignment Work) सत्र – जुलाई–जून 2023–24
 एम.ए./एम.एससी. (गणित) पूर्व

विषय – Real Analysis

प्रश्नपत्र: द्वितीय

पूर्णांक : 30

न्यूनतम उत्तीर्णांक: 12

नोट:— परीक्षार्थी प्रत्येक खण्ड के निर्देशों को ध्यान से पढ़कर प्रश्नों को हल करें।

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

सत्रीय कार्य-1

खण्ड अ – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (1 से 8) कुल 08 प्रश्न है, सभी प्रश्न अनिवार्य। प्रति प्रश्न 0.5 अंक उत्तर शब्द सीमा 1–2 शब्द या एक वाक्य।

खण्ड ब – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (9 से 14) कुल 06 प्रश्न है जिसमें से कोई 04 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 01 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 75 या आधा पेज।

सत्रीय कार्य-2

खण्ड स – लघुउत्तरीय प्रश्न (15 से 18) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 03 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 02 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 150 या एक पेज।

सत्रीय कार्य-3

खण्ड द – अद्वृद्धी उत्तरीय प्रश्न (19 से 22) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 02 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 04 अंक का होगा। शब्द सीमा 300 या दो पेज।

सत्रीय कार्य-4

खण्ड ई – दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (23 से 24) कुल 02 प्रश्न है जिसमें से कोई 01 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 08 अंक का होगा। उत्तर की शब्द सीमा 600–750 या 4–5 पेज।

सत्रीय कार्य- 1

(Assignment—1)

Section—A

1. Let $S = [0,1]$, the maximal element of S is

2. The value of :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{x}$$

is

3. If :

$$I = \int_1^\infty \frac{1}{x^2},$$

then I is convergent.

(True/False)

4. Infinite series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ is divergent, if p is equal to

5. Let $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is defined as follows :

$$F(x, y) = \sqrt{|xy|},$$

then the value of $f_x(0, 0)$ is

6. If I be an identity matrix, then $I = I$.

7. The value of $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} y dy dx$ is

8. Write commutative law for real numbers with operation addition.

Section—B

9. Define Supremum of a set.

10. Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - x - 1}{x^2}.$$

11. Prove that integral $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x} dx$ is divergent.

12. Evaluate :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n!} \right)^{1/n}$$

13. Evaluate :

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (-2,4)} \frac{x^2 + 2y^2}{x^2 + y^2}$$

14. If :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & x \\ y & 2 \end{bmatrix},$$

then in order that $AB = 0$. Find the values of x and y .

सत्रीय कार्य— 2

(Assignment—2)

Section—C

15. State Intermediate value theorem for derivative. Also explain it.

16. If $f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$ is continuous, then f is Riemann integrable on $[a, b]$.

17. Prove that if series $\sum a_n$ converges absolutely, then $\sum a_n$ converges.

18. If $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is defined as follows :

$$f(x,y) = x^3y + e^{xy^2},$$

then show that $f_{xy} = f_{yx}$.

सत्रीय कार्य- 3

(Assignment—3)

Section—D

19. Suppose that g is continuous at x_0 , $g(x_0)$ is an interior point D_f and f is continuous at $g(x_0)$. Then prove that $f \circ g$ is continuous at x_0 .

20. Let f be defined on $[a,b]$. Then prove that f is continuous at x_0 in $[a,b]$ if and only if $w_f(x_0) = 0$.

21. Prove that if D_f is unbounded, then we can say that $\lim_{|x| \rightarrow \infty} f(x) = L$ (finite) for every $\epsilon > 0$,

there is a number R such that :

$$|f(X) - L| < \epsilon \text{ whenever } |X| \geq R$$

and $X \in D_f$.

22. Solve the following by Cramer's rule :

$$x + y + 2z = 1$$

$$2x - y + z = -1$$

$$x - 2y - 3z = 2$$

सत्रीय कार्य- 4

(Assignment—4)

Section—E

23. Prove that an open set S in \mathbb{R}^n is connected if and only if it is polygonally connected.

24. Evaluate :

$$\int_S (x+y) d(x,y)$$

where $S = \{(x, y) / -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 + |x|\}$.

आवश्यक निर्देश :-

1. सत्रीय लेखन कार्य को घर से लिखकर उत्तरपुस्तिका दिनांक 29 फरवरी 2024 तक संबंधित अध्ययन केन्द्र में जमा करें। सत्रीय कार्य स्व-हस्तालिखित होना चाहिए। दूसरे के द्वारा लिखा गया, फोटोकापी या पुस्तक का हिस्सा चिपकाना अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
2. छात्र सत्रीय कार्य लेखन हेतु अन्य संदर्भित पुस्तकों का भी उपयोग कर सकते हैं।
3. सत्रांत परीक्षा सत्र जुलाई-जून 2023–24 का सैद्धांतिक प्रश्न पत्र का स्वरूप सत्रीय कार्य जुलाई-जून 2023–24 जैसा ही रहेगा।
4. सत्रीय कार्य के मूल्यांकन में छात्र द्वारा किए गए अध्ययन एवं लेखन, विषय की व्याख्या तथा लेखन में मौलिकता को आधार बनाया जायेगा। इसमें अध्ययन लेखन पर अधिकतम 60 प्रतिशत (18 अंक) दिया जावेगा, विषय-वस्तु की व्याख्या के लिए अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) तथा सृजनात्मक, मौलिक-सोच प्रदर्शित होने पर अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) प्राप्त हो सकते हैं। इस प्रकार मूल 100 प्रतिशत (30 अंक) का विभाजन रहेगा।

पण्डित सुन्दरलाल शर्मा (मुक्त) विश्वविद्यालय छत्तीसगढ़, बिलासपुर
 सत्रीय कार्य (Assignment Work) सत्र – जुलाई–जून 2023–24
 एम.ए./एम.एससी. (गणित) पूर्व

विषय – Partial Differential Equation

प्रश्नपत्र: तृतीय

पूर्णांक : 30

न्यूनतम उत्तीर्णांक: 12

नोट:— परीक्षार्थी प्रत्येक खण्ड के निर्देशों को ध्यान से पढ़कर प्रश्नों को हल करें।

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

सत्रीय कार्य-1

खण्ड अ — अति लघुउत्तरीय प्रश्न (1 से 8) कुल 08 प्रश्न है, सभी प्रश्न अनिवार्य। प्रति प्रश्न 0.5 अंक उत्तर शब्द सीमा 1–2 शब्द या एक वाक्य।

खण्ड ब — अति लघुउत्तरीय प्रश्न (9 से 14) कुल 06 प्रश्न है जिसमें से कोई 04 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 01 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 75 या आधा पेज।

सत्रीय कार्य-2

खण्ड स — लघुउत्तरीय प्रश्न (15 से 18) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 03 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 02 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 150 या एक पेज।

सत्रीय कार्य-3

खण्ड द — अद्वृद्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (19 से 22) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 02 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 04 अंक का होगा। शब्द सीमा 300 या दो पेज।

सत्रीय कार्य-4

खण्ड ई — दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (23 से 24) कुल 02 प्रश्न है जिसमें से कोई 01 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 08 अंक का होगा। उत्तर की शब्द सीमा 600–750 या 4–5 पेज।

सत्रीय कार्य- 1

(Assignment—1)

Section—A

1. Partial differential equation by eliminating a and b from $z = a(x+y) + b$; is :

- (a) $p = q$
- (b) $z = p + q$
- (c) $z = pq$
- (d) $z = a(p+q) + b$

2. Complete integral of the partial differential equation $z = px + qy + \log pq$ is :

- (a) $z = ax + by$
- (b) $z = ax + by + \log ab$
- (c) $z = a^2x^2 + z^2 + \log a^2b^2$
- (d) $z = ax^2 + bx^2 + z^2$
3. Solution of PDE $(D + 3D')^2 z = 0$, is :
- (a) $z = \phi_1(y + 3x) + x\phi_2(y + 3x)$
- (b) $z = \phi_1(y - 3x) + x\phi_2(y - 3x)$
- (c) $z = \phi_1(3y + x) + x\phi_2(3y + x)$
- (d) $z = \phi_1(y + 3x) + \phi_2(y + 3x)$
4. General integral of PDE $s + t + 2s = 0$, is :
- (a) $y + x = \phi(y - x)$
- (b) $z = \phi(y - x, y + x)$
- (c) $z = \phi_1(y - x) + x\phi_2(y - x)$
- (d) $y + x = x\phi(y - x)$
5. Classify the equation :
- $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$
- (a) Parabolic
- (b) Elliptic
- (c) Hyperbolic
- (d) None of the above
6. Laplace equation in two dimensions is :
- (a) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
- (b) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0$
- (c) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

- (d) None of the above
7. Heat equation

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

is also known as :

- (a) Diffusion equations
 - (b) Poisson's equations
 - (c) Gauss' equations
 - (d) Green's equations
8. Vibrations of a circular membrane are governed by :
- (a) One-dimensional wave equation
 - (b) Two-dimensional wave equation
 - (c) Three-dimensional wave equation
 - (d) None of the above

Section—B

9. Find the complete solution of :

$$z = px + qy + c\sqrt{1 + p^2 + q^2}$$

10. Write Charpit's auxiliary equation.

11. Solve :

$$(D + D' + 1)^2 z = 0$$

12. Write three-dimensional Laplace equation in Cartesian co-ordinate.

13. Write heat equation in cylindrical co-ordinates.

14. Write one-dimensional wave equation.

सत्रीय कार्य— 2

(Assignment—2)

Section—C

15. Find the surface satisfying $t = 6x^3y$ containing the two lines $y = 0 = z$ and $y = 1 = z$.
16. Solve :

$$(D^2 - 2DD' + D'^2)z = 12xy$$

17. Solve :

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - 3 \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} + 4 \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = e^{x+2y}$$

18. Evaluate :

$$\int_0^2 e^{4t} \delta(2t-3) dt$$

सत्रीय कार्य— 3
(Assignment—3)

Section—D

19. Solve the wave equation $s = t$ by Monge's method.
20. State and prove Uniqueness theorem.
21. Solve the wave equation :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

where $u = p_0 \cos pt$ (p_0 is a constant) when $x = l$ and $u = 0$ when $x = 0$.

22. State and prove first mean value theorem.

सत्रीय कार्य— 4
(Assignment—4)

Section—E

23. Evaluate the steady temperature in a rectangular plate of length a and width b , the sides of which are kept at temperature zero, the lower end is kept at temperature $f(x)$ and the upper edge is kept insulated.
24. Find the general solution of one-dimensional wave equation $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ and find the particular solutions for which $u = f(x)$, $\frac{\partial u}{\partial t} = g(x)$ at $t = 0$.

आवश्यक निर्देश :-

1. सत्रीय लेखन कार्य को घर से लिखकर उत्तरपुस्तिका दिनांक 29 फरवरी 2024 तक संबंधित अध्ययन केन्द्र में जमा करें। सत्रीय कार्य स्व-हस्तालिखित होना चाहिए। दूसरे के द्वारा लिखा गया, फोटोकापी या पुस्तक का हिस्सा चिपकाना अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
2. छात्र सत्रीय कार्य लेखन हेतु अन्य संदर्भित पुस्तकों का भी उपयोग कर सकते हैं।
3. सत्रांत परीक्षा सत्र जुलाई–जून 2023–24 का सैद्धांतिक प्रश्न पत्र का स्वरूप सत्रीय कार्य जुलाई–जून 2023–24 जैसा ही रहेगा।
4. सत्रीय कार्य के मूल्यांकन में छात्र द्वारा किए गए अध्ययन एवं लेखन, विषय की व्याख्या तथा लेखन में मौलिकता को आधार बनाया जायेगा। इसमें अध्ययन लेखन पर अधिकतम 60 प्रतिशत (18 अंक) दिया जावेगा, विषय–वस्तु की व्याख्या के लिए अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) तथा सृजनात्मक, मौलिक–सोच प्रदर्शित होने पर अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) प्राप्त हो सकते हैं। इस प्रकार मूल 100 प्रतिशत (30 अंक) का विभाजन रहेगा।

पण्डित सुन्दरलाल शर्मा (मुक्त) विश्वविद्यालय छत्तीसगढ़, बिलासपुर
 सत्रीय कार्य (Assignment Work) सत्र – जुलाई–जून 2023–24
 एम.ए./एम.एससी. (गणित) पूर्व

विषय – Discrete Mathematics

प्रश्नपत्र: चतुर्थ

पूर्णांक : 30

न्यूनतम उत्तीर्णांक: 12

नोट:- परीक्षार्थी प्रत्येक खण्ड के निर्देशों को ध्यान से पढ़कर प्रश्नों को हल करें।

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

सत्रीय कार्य-1

खण्ड अ – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (1 से 8) कुल 08 प्रश्न है, सभी प्रश्न अनिवार्य। प्रति प्रश्न 0.5 अंक उत्तर शब्द सीमा 1–2 शब्द या एक वाक्य।

खण्ड ब – अति लघुउत्तरीय प्रश्न (9 से 14) कुल 06 प्रश्न है जिसमें से कोई 04 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 01 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 75 या आधा पेज।

सत्रीय कार्य-2

खण्ड स – लघुउत्तरीय प्रश्न (15 से 18) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 03 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 02 अंक का होगा। उत्तर शब्द सीमा 150 या एक पेज।

सत्रीय कार्य-3

खण्ड द – अर्द्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (19 से 22) कुल 04 प्रश्न है जिसमें से कोई 02 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 04 अंक का होगा। शब्द सीमा 300 या दो पेज।

सत्रीय कार्य-4

खण्ड ई – दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (23 से 24) कुल 02 प्रश्न है जिसमें से कोई 01 प्रश्न हल करें। प्रति प्रश्न 08 अंक का होगा। उत्तर की शब्द सीमा 600–750 या 4–5 पेज।

सत्रीय कार्य- 1

(Assignment—1)

Section—A

1. Which of the following statements is false ?
 - (a) NAND connective is commutative.
 - (b) NAND connective is not associative.
 - (c) NAND connective is minimal functionally complete set.
 - (d) None of the above
2. A and B are two sets satisfying $A - B = B - A$, then which one of the following is correct ?
 - (a) $A = B$
 - (b) $A = \emptyset$
 - (c) $A \cap B = \emptyset$

- (d) None of the above
3. In the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ a relation R is defined by $R = \{(x, y) : x, y \in A \text{ and } x < y\}$. Then R is :
- (a) symmetric
 - (b) reflexive
 - (c) transitive
 - (d) None of the above
4. If $A = \{1, 2, 5, 6\}$ and $B = \{1, 2, 3\}$, then what is $(A \times B) \cap (B \times A)$ equal to ?
- (a) $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$
 - (b) $\{(1, 1), (2, 1), (6, 1), (3, 2)\}$
 - (c) $\{(1, 1), (2, 2)\}$
 - (d) $\{(1, 1), (1, 2), (2, 5), (2, 6)\}$
5. The relation R defined on the set :
- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ by $R = \{(x, y) : |x^2 - y^2| < 16\}$
- is given by :
- (a) $\{(3, 3), (3, 4), (5, 4), (4, 3), (3, 1)\}$
 - (b) $\{(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (2, 3)\}$
 - (c) $\{(2, 2), (3, 2), (4, 2), (2, 4)\}$
 - (d) None of the above
6. The intersection of two subspaces of any $V(F)$ is always
7. Every subspace of finite dimensional V -space is finite dimensional and has dimension less than or equal to dimension
8. Which of the following statements is false ?
- (a) Composition of linear transformation is always associative.
 - (b) Composition of linear transformation is always commutative.
 - (c) Identify transformation is the identity for composition of linear transformation.
 - (d) None of the above

Section—B

9. Find the Truth (T-Table) for each of the following :

(i) $(\sim p \wedge q) \vee p$

(ii) $(p \vee q) \wedge r$

10. Prove the following identities of Boolean Algebra $(B', +, \bullet)$:

(a) $a' + a'b = a'$ $\forall a, b \in B$

(b) $ab + bc + bc' = b$ $\forall a, b, c \in B$

11. If $A \subseteq B$, then prove that :

$$(A \times B) \cap (B \times A) = A^2$$

12. Let $a \in G$ be a fixed element of G . Let $N_a = \{x \in G : x_a = a_x\}$, then N_a is subgroup of G .

13. Show that $W = \{(a, b, c) : a, b, c \in \text{where } a + 3b = c\}$ is a subspace of $V_3(\mathbb{R})$, where \mathbb{R} is a field of real numbers.

14. Show that the mapping $T : V_2 \rightarrow V_2$ defined on $V_2(\mathbb{R})$ as $T(x, y) = (2x + 3y, 3x - 4y)$ is linear transformation.

सत्रीय कार्य— 2

(Assignment—2)

Section—C

15. Prove the following propositions are tautologies :

(i) $(P \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim P)$

(ii) $P \wedge (P \vee q) \Leftrightarrow P$

16. Use NAND gate to construct circuits with the following outputs :

(a) x'

(b) $x + y$

(c) xy

(d) $x \oplus y$

17. Write the short note about symmetric difference and properties of symmetric difference.

18. In an integral domain $(D, +, \bullet)$, show that if $ba = ac$ with $a \neq 0$, then $b = c$.

सत्रीय कार्य— 3

(Assignment—3)

Section—D

19. Design the circuit for the following Boolean polynomials :

- (i) $(A \cup B) \cap (C \cup D)$
(ii) $(A \cup B) \cap [(A' \cup (C \cap B'))]$
20. Show that if (G^*) by any finite group and H be its any non-empty subgroup, then $o(H)$ divides $o(G)$.
21. Show that $S = \{u : x = a + b\sqrt{2}, a, b \in I\}$ is an integral domain but not a field under order “+” and “•” multiplication.
22. Show that the transformation $T : R^2 \rightarrow R^3$ given by $T(a, b) = (a - b, b - a, -a)$ is linear.

सत्रीय कार्य— 4

(Assignment—4)

Section—E

23. Define complement of a set and properties of complement of a set.
24. Show that the vectors $(1, 0, 0), (1, 10)$ and $(1, 1, 1)$ is a basis for R^3 or $V_3(R)$. Also express standard basis of R^3 in term of basis S.

आवश्यक निर्देश :-

1. सत्रीय लेखन कार्य को घर से लिखकर उत्तरपुस्तिका दिनांक 29 फरवरी 2024 तक संबंधित अध्ययन केन्द्र में जमा करें। सत्रीय कार्य स्व-हस्तालिखित होना चाहिए। दूसरे के द्वारा लिखा गया, फोटोकापी या पुस्तक का हिस्सा चिपकाना अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
2. छात्र सत्रीय कार्य लेखन हेतु अन्य संदर्भित पुस्तकों का भी उपयोग कर सकते हैं।
3. सत्रांत परीक्षा सत्र जुलाई–जून 2023–24 का सैद्धांतिक प्रश्न पत्र का स्वरूप सत्रीय कार्य जुलाई–जून 2023–24 जैसा ही रहेगा।
4. सत्रीय कार्य के मूल्यांकन में छात्र द्वारा किए गए अध्ययन एवं लेखन, विषय की व्याख्या तथा लेखन में मौलिकता को आधार बनाया जायेगा। इसमें अध्ययन लेखन पर अधिकतम 60 प्रतिशत (18 अंक) दिया जावेगा, विषय–वस्तु की व्याख्या के लिए अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) तथा सृजनात्मक, मौलिक–सोच प्रदर्शित होने पर अधिकतम 20 प्रतिशत (6 अंक) प्राप्त हो सकते हैं। इस प्रकार मूल 100 प्रतिशत (30 अंक) का विभाजन रहेगा।